

ICS 03.120.30
A41



中华人民共和国国家标准

GB/T 4091--2001
idt ISO 8258:1991

常规控制图

Shewhart control charts

2001-03-07 发布

2001-09-01 实施

国家质量技术监督局 发布

GB/T 4091-2001

目 次

前言.....	III
ISO前言.....	IV
引言.....	V
1 范围.....	1
2 符号.....	1
3 常规控制图的性质.....	2
4 常规控制图的类型.....	3
4.1 标准值未给定情形的控制图.....	3
4.2 标准值给定情形的控制图.....	3
4.3 计量控制图和计数控制图的类型.....	3
5 计量控制图.....	4
5.1 均值(\bar{X})图与极差(R)或标准差(s)图.....	4
5.2 单值(X)控制图.....	5
5.3 中位数(Me)控制图.....	6
6 计量控制图的控制程序与解释.....	6
7 变差的可查明原因的模式检验.....	7
8 过程控制与过程能力.....	8
9 计数控制图.....	9
10 开始建立控制图之前的预备工作.....	10
10.1 质量特性的选择.....	10
10.2 生产过程的分析.....	11
10.3 合理子组的选择.....	11
10.4 子组频数与子组大小.....	11
10.5 预备数据的收集.....	11
11 建立控制图的步骤.....	12
12 计量控制图示例.....	13
12.1 \bar{X} 图与R图：标准值给定的情形.....	13
12.2 \bar{X} 图与R图：标准值未给定的情形.....	14
12.3 单值(X)与移动极差(R)控制图：标准值未给定的情形.....	17
12.4 中位数图：标准值未给定的情形.....	18
13 计数控制图示例.....	20
13.1 p图和np图：标准值未给定的情形.....	20
13.2 p图：标准值未给定的情形.....	22
13.3 c图：标准值未给定的情形.....	23
13.4 单位产品不合格数图：u图.....	24
附录A(提示的附录)参考文献.....	25

GB/T 4091-2001

前 言

本標準等同采用國際標準ISO8258:1991《休哈特控制圖》(Shewhart control charts)及其1993年13號修改單。

本標準代替GB/T 4091.1~4091.9--1983，本標準與GB/T 4091.1~4091.9--1983相比，重大技術內容的變化主要有：

----內容編排格式不同，將原系列9個標準合并為1個標準；

----判別准則的描點排列模式有重大變化，如由原來的7點鐘改為9點鐘、原來的7點趨勢改為6點趨勢等；

----將每種類型常規控制圖又分為標準值給定和標準值未給定兩種情形；

----增加了“過程改進的策略”圖；

----明確規定了在X圖與R圖的聯合應用中應該首先建立和分析R圖。

本標準的附錄A為提示的附錄。

本標準由中國標準研究中心提出。

本標準由全國統計方法應用標準化技術委員會歸口。

本標準主要起草單位：中國標準研究中心、清華大學經濟管理學院、中國科學院數學與系統科學研究院、機械科學研究院。

本標準主要起草人：劉文、孫靜、馬毅林、李勤、肖惠。

本標準是對GB/T 4091.1~4091.9--1983《常規控制圖》系列標準的第一次修訂，本標準于1983年首次發布。

GB/T 4091-2001

ISO 前言

ISO (國際標準化組織)是由各國標準化團體(ISO 成員團體)組成的世界性的聯合會。制定國際標準的工作,通常由ISO 的技術委員會完成,各成員團體若對某技術委員會的工作感興趣,均有權參加該委員會。與ISO 保持聯系的各國際組織(官方的或非官方的)也可以參加有關工作。在電工技術標準化方面,ISO 與國際電工委員會(IEC)保持密切合作關係。

由技術委員會採納的國際標準草案提交各成員團體投票表決,需取得至少75%參加表決的成員團體的同意才能作為國際標準正式發布。

國際標準ISO 8258是由 ISO/TC 69統計方法應用技術委員會制定的。

本國際標準的附錄A僅作為提示的附錄。

GB/T 4091-2001

引 言

製造業的傳統方法有賴于製造產品的生產,有賴于檢驗最終產品并篩選出不符合規範的產品的質量控制。這種檢驗策略通常是浪費和不經濟的,因為它是當不合格品產生以后的事後檢驗。而建立一種避免浪費、首先就不生產無用產品的預防策略則更為有效。這可以通過收集過程信息并加以分析,從而對過程本身採取行動來實現。

控制圖是一種將顯著性統計原理應用於控制生產過程的圖形方法,由休哈特(Walter Shewhart)博士于1924年首先提出。控制圖理論認為存在兩種變異。第一種變異為隨機變異,由“偶然原因”(又稱為“一般原因”)造成。這種變異是由種種始終存在的、且不易識別的原因所造成,其中每一種原因的影響只構成總變異的一個很小的分量,而且無一構成顯著的分量。然而,所有這些不可識別的偶然原因的影響總和是可度量的,并假定為過程所固有。消除或糾正這些偶然原因,需要管理決策來配置資源、以改進過程和系統。

第二種變異表征過程中實際的改變。這種改變可歸因於某些可識別的、非過程所固有的、并且至少在理論上可加以消除的原因。這些可識別的原因稱為“可查明原因”或“特殊原因”。它們可以歸結為原材料不均勻、工具破損、工藝或操作的問題、製造或檢測設備的性能不穩定等等。

利用從可重復過程所得到的數據,控制圖有助於檢測出變差的異常模式,并提供統計失控的檢驗准則。當過程變異僅由偶然原因造成時,過程處於統計控制狀態。這種變差的可接受水平一經確定,則對此水平的任何偏差都假定由可查明原因造成,對這些可查明原因應加以識別、消除或減輕。

統計過程控制的目的,就是要建立并保持過程處於可接受的并且穩定的水平、以確保產品和服務符合規定的要求。要做到這一點,所應用的主要統計工具就是控制圖。控制圖是一種圖形方法,它給出表征過程當前狀態的樣本序列的信息,并將這些信息與考慮了過程固有變異后所建立的控制限進行對比。控制圖法首先用來幫助評估一個過程是否已達到、或繼續保持在具有適當規定水平的統計控制狀態,然後用來幫助在生產過程中,通過保持連續的產品質量記錄,來獲得并保持對重要產品或服務的特性的控制與高度一致性。應用控制圖并仔細分析控制圖。可以更好地了解 and 改進過程。

1 范围

本标准提供了使用与了解用于过程统计控制的常规控制图(又称休哈特控制图)法的指南。

本标准仅适用于应用常规控制图体系的统计过程控制方法。简单介绍了某些与常规控制图一致的补充资料，例如警戒限的应用、趋势模式的分析和过程能力等，另外还有一些控制图方法，它们的一般描述可参见 GB/T 17989。

2 符号

- n 子组大小。单个子组中子组观测值的个数
- k 子组数
- X 质量特性的观测值(可用 X_1, X_2, X_3, \dots 表示单个观测值)，有时用其他符号。例如 Y 来代替 X
- \bar{X} 子组平均值
- $\bar{\bar{X}}$ 子组平均值的平均值
- μ 过程均值的真值
- Me 子组中位数。对于一组升序或降序排列的 n 个子组观测值 X_1, X_2, \dots, X_n ，当 n 为奇数时，中位数等于该组数中间的那个数；当 n 为偶数时，中位数等于该组数中间两个数的平均值

\bar{Me} 子组中位数的平均值

R 子组极差。子组观测值中的极大值与极小值之差

注1：在单值图情况下， R 代表移动极差，即两个相邻观测值的的差值的绝对值，如： $|x_i - x_{i-1}|, |x_2 - x_1|, \dots$ 等等。

\bar{R} 子组极差的平均值

s 子组标准差

$$s = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}}$$

\bar{s} 子组标准差的平均值

σ 组内过程标准差的真值

$\hat{\sigma}$ 组内过程标准差的估计值

p 子组不合格品率

$p = \text{子组中的不合格品数} / \text{子组大小}$

\bar{p} 所有子组不合格品率的平均值

$\bar{P} = \text{所有子组中的不合格品数} / \text{被检产品总数}$

np 子组不合格品数

c 子组不合格数

\bar{c} 所有子组不合格数的平均值

u 子组单位产品不合格数

\bar{u} 所有子组单位产品不合格数的平均值

$\bar{u} = \text{所有产品的不合格数} / \text{被检产品总数}$

3 常规控制图的性质

常规控制图要求从过程中以近似等间隔抽取的数据。此间隔可以用时间来定义(例如：每小时)或者用数量来定义(例如：每批)。通常,这样抽取的子组在过程控制中称为子组，每个子组由具有相同可测量单位和相同子组大小的同一产品或服务所组成。从每一个子组得到一个或多个子组特性，如子组平均值 \bar{X} 、子组极差 R 或标准差 s 。常规控制图就是给定的子组特性值与子组号对应的一种图形，它包含一条中心线(CL)，作为所点绘特性的基准值。在评定过程是否处于统计控制状态时，此基准值通常为所考察数据的平均值。对于过程控制，此基准值通常为产品规范中所规定特性的长期值，或者是基于过程以往经验所点绘特性的标称值，或者是产品或服务的隐含目标值。控制图还包含由统计方法确定的两条控制限，位于中心线的各一侧,称为上控制限(UCL)和下控制限(LCL)，参见图1。

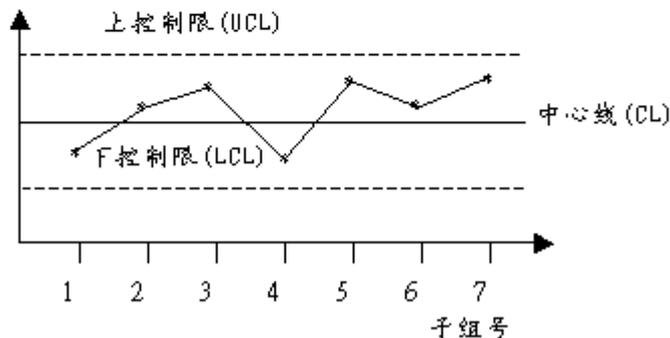


图1 控制图的示意图

常规控制图的控制限分别位于中心线两侧的 3σ 距离处。其中，为所点绘统计量的总体组内标准差。组内变异是用来度量随机变差的， σ 可用子组标准差或子组极差的适当倍数进行估计。 σ 的这种度量不包括组间变差，仅包括组内变差。 3σ 控制限表明，若过程处于统计控制状态，则大约有99.7%的子组值将落在控制界限之内。换句话说，当过程受控时，大约有0.3%的风险，或每点绘的1000次中平均有3次，描点会落在上控制限或下控制限之外。这里使用“大约”这个词，是因为如果对基本假定(例如对数据分布形式的假定)有偏离，将会影响此概率数值。

应该注意，有些专业人员宁愿采用 3.09 来代替 3 ，以使标称概率值为0.2%，或平均每1000次中有两次虚报^①。但是休哈特不主张采用精确概率值而选择了系数 3 。同样地，某些专业人员对非正态分布的控制图采用真实的概率值，例如：极差图、不合格品率图等。但是休哈特为了强调经验解释，常规控制图仍采用 $\pm 3\sigma$ 控制限，而不采用概率值控制限。

描点超出控制限确实是由偶然事件引起而非真实信号的可能性被定得很小，因此当一个点超出控制限时，就应采取某种行动，故 3σ 控制限有时也称为“行动限”。

许多场合，在控制图上另外加上 2σ 控制限是有益的。这样，任何落在 2σ 界限外的子组值都可作为失控状态即将来临的一个警示信号，因此， 2σ 控制限有时也称作“警戒限”。

应用控制图时可能发生两种类型的错误。第一种错误称作第一类错误。这是当所涉及的過程仍然处于受控状态，但有某点由于偶然原因落在控制限之外，而得出过程失控的结论时所发生的错误。此类错误将导致对本不存在的問題而去无谓寻找原因而增加费用。

第二种错误称作第二类错误。当所涉及的過程失控，但所产生的点由于偶然原因仍落在控制限之内，而得出过程仍处受控状态的错误结论。此时由于未检测出不合格品的增加而造成损失。第二类错误的风险是以下

三項因素的函數：控制限的間隔寬度、過程失控的程度以及子組大小。上述三項因素的性質決定了對於第二類錯誤的風險大小只能作出一般估計。

常規控制圖僅考慮了第一類錯誤，對於 3σ 控制限而言，發生這類錯誤的可能性為0.3%。由于在給定情形下，對於第二類錯誤的損失作出有意義的估計通常是不實際的，而且任意選擇一個較小的子組大小(例如4或5)也很方便，故採用 3σ 控制限，並將注意力集中于控制和改進過程本身的性能，是適宜且可行的。

當過程處於統計控制狀態時，控制圖提供了一種連續檢驗統計原假設的方法，該統計原假設為過程未發生變化並保持于統計控制狀態。由于通常不預先確定過程特性對於有關目標值的具体偏離情況，加之第二類錯誤的風險，以及未根據滿足適當的風險水平來確定子組大小等原因，故常規控制圖不應在假設檢驗的意義上加以前研究(參見ISO 7966和GB/T 17989)。常規控制圖強調的是控制圖用于識別偏離過程“受控狀態”的經驗有效性，而非強調其概率解釋。某些使用者確實在認真研究控制圖的操作特性曲線，將其作為一種手段進行假設檢驗解釋。

當一個描點值落在任一控制限之外，或一系列描點值反映出如第7章中所述的異常模式，則統計控制狀態不再被接受。此情形一旦發生，就應開始進行調研以確定可查明原因，過程可能被終止或進行調整。一旦可查明原因被確認並消除，則過程恢復受控狀態，隨時可以繼續。如上所述，對於第一類錯誤，在極少的情況下，可能找不到可查明原因，于是必須作出結論：雖然過程處於受控狀態，但是某個偶然原因造成了描點落在控制界限之外，這表明一種非常罕見的事件發生了。

當為某過程最初建立控制圖時，常常會發現此過程當時未處於受控狀態。根據這種失控過程的數據計算出的控制限將會導致錯誤的結論，因為這些控制限的間距太大。為此，在固定的控制圖參數建立之前，總是有必要將過程調整到統計控制狀態。下列各章將討論為某過程建立控制圖的方法。

4 常規控制圖的類型

常規控制圖主要有兩種類型：計量控制圖和計數控制圖。每一種類型的控制圖又有兩種不同的情形：

- a) 標準值未給定；
- b) 標準值給定。

標準值即為規定的要求或目標值(見表1、表3和表5的注)

4.1 標準值未給定情形的控制圖

這種控制圖的目的是發現所點繪特性(如 \bar{X} 、 R 或任何其他統計量)觀測值本身的變差是否顯著大于僅由偶然原因造成的變差。這種控制圖完全基于子組數據，用來檢驗非偶然原因造成的那些變差。

4.2 標準值給定情形的控制圖

這種控制圖的目的是確定若干個子組的 \bar{X} 等特性的觀測值與其對應的標準值 X_0 (或 μ_0)之差，是否顯著大于僅由預期的偶然原因造成的差異，其中每個子組的 n 值相同。標準值給定情形的控制圖與標準值未給定情形的控制圖之間的差別，在于有關過程中心位置與變差的附加要求不同。標準值可以基于通過使用無先驗信息或無規定標準值的控制圖而獲得的經驗來確定，也可以基于通過考慮服務的需要和生產的費用而建立的經濟值來確定，或可以是由產品規範指定的標稱值。

更適宜地，應通過調查被認為代表所有未來數據特征的預備數據來確定標準值。為控制圖的有效運作，標準值應該與過程固有變異相一致。基于這類標準值的控制圖，特別應用於製造業的過程控制、並使產品的一致性保持在期望的水平。

4.3 計量控制圖和計數控制圖的類型

考慮以下類型的控制圖

- a) 計量控制圖

- 1) 平均值(\bar{X})圖与极差(R)或标准差(s)圖；
- 2) 單值(\bar{X})圖与移動极差(R)圖；
- 3) 中位數(Me)圖与极差(R)圖；

b) 計數控制圖

- 1) 不合格品率(p)圖或不合格品數(np)圖；
- 2) 不合格數(c)圖或單位產品不合格數(u)圖。

5 計量控制圖

計量数据是指對於所考察子組中每一個單位產品的特性值的數值大小進行測量与記錄所得到的觀測值,例如以米(m)表示的長度，以歐姆(W)表示的電阻，以分貝(dB)表示的噪聲等。計量控制圖(尤其是其最常用的類型， \bar{X} 与R圖)代表了控制圖對過程控制的典型應用。

計量控制圖由于以下幾個原因而特別有用：

- a) 大多數的過程及其輸出具有可計量的特性，所以計量控制圖的潛在應用廣泛。
- b) 一個計量值較之簡單的“是---否”的表述包含更多的信息。
- c) 可不考慮規範來分析過程的性能。控制圖從過程自身出發，并給出對過程性能的獨立的描述。因此，有的控制圖可以与規範比較，而有的卻不可以。
- d) 雖然獲得一個計量数据通常要比獲得一個“是---否”的計數数据的費用更高，但計量数据的子組大小几乎總是比計數数据的子組要小得多，故更為有效。在一些情況下，這有助于減少總檢驗費用，并縮短零件生產与采取糾正措施之間的時間間隔。

本標準假定所有計量控制圖的子組內變異服從正態(高斯)分布，偏离這一假定將影響控制圖的性能。利用正態性的假設，推導出計算控制限的一些系數。由于大多數的控制限是用來作出決策的經驗指南，故有理由認為對正態性的小偏离應該不會造成更大的影響。總之，由于中心极限定理，平均值總會趨向于正態分布，即使單個觀測值不服從正態分布時也是如此。因此，對於 \bar{X} 控制圖而言，即使用于評估控制的子組大小僅為4或5，假定其正態性也是合理的。當出于研究過程能力的目的處理單個觀測值時，其分布的真實形式很重要。定期檢查正態性假設的持續有效性是明智的，尤其是要確保只使用單一總体的数据。應該注意，极差和标准差的分布并不是正態的，盡管在為計算控制限估計常數時，對极差和标准差的分布作了近似正態性的假設，這種假設對於經驗決策程序而言還是令人滿意的。

5.1 均值(\bar{X})圖与极差(R)或标准差(s)圖

計量控制圖可以同时利用离散程度(產品件間變異)和位置(過程平均)去描述過程的数据。正由于這一點，計量控制圖几乎總是成對地繪制并加以分析：其中，一張是關於位置的控制圖，一張是關於离散程度的控制圖。最常用的一對即 \bar{X} 与R圖。表1与表2分別給出了計量控制圖的控制限公式和系數。

表1 常規計量控制圖控制限公式

統計量	標準值未給定		標準值給定	
	中心線	UCL与LCL	中心線	UCL与LCL
\bar{X}	$\bar{\bar{X}}$	$\bar{\bar{X}} \pm A_2 \bar{R} \text{ 或 } \bar{\bar{X}} \pm A_3 \bar{s}$	$X_0 \text{ 或 } \mu$	$X_0 \pm A\sigma_0$
R	\bar{R}	$D_3 \bar{R}, D_4 \bar{R}$	$R_0 \text{ 或 } d_2 \sigma_0$	$D_1 \sigma_0, D_2 \sigma_0$
s	\bar{s}	$B_3 \bar{s}, B_4 \bar{s}$	$s_0 \text{ 或 } c_4 \sigma_0$	$B_3 \sigma_0, B_6 \sigma_0$

注： X_0 、 R_0 、 s_0 、 μ 和 σ_0 為給定的標準值。

表2 計量控制圖計算控制線的係數表

子組中 觀測值 個數 n	控制限係數											中心線係數			
	A	A ₂	A ₃	B ₁	B ₄	B ₅	B ₆	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	C ₄	1/C ₄	d ₂	1/d ₂
2	2.121	1.880	2.659	0.000	3.267	0.000	2.606	0.000	3.686	0.000	3.267	0.7979	1.2533	1.128	0.8865
3	1.732	1.023	1.954	0.000	2.568	0.000	2.276	0.000	4.358	0.000	2.574	0.8862	1.1284	1.693	0.5907
4	1.500	0.729	1.628	0.000	2.266	0.000	2.088	0.000	4.698	0.000	2.282	0.9213	1.0854	2.059	0.4857
5	1.342	0.577	1.427	0.000	2.089	0.000	1.964	0.000	4.918	0.000	2.114	0.9400	1.0638	2.326	0.4299
6	1.225	0.483	1.287	0.030	1.970	0.029	1.874	0.000	5.078	0.000	2.004	0.9515	1.0510	2.534	0.3946
7	1.134	0.419	1.182	0.118	1.882	0.113	1.806	0.204	5.204	0.076	1.924	0.9594	1.0423	2.704	0.3698
8	1.061	0.373	1.099	0.185	1.815	0.179	1.751	0.388	5.306	0.136	1.864	0.9650	1.0363	2.847	0.3512
9	1.000	0.337	1.032	0.239	1.761	0.232	1.707	0.547	5.393	0.184	1.816	0.9693	1.0317	2.970	0.3367
10	0.949	0.308	0.975	0.284	1.716	0.276	1.669	0.687	5.469	0.223	1.777	0.9727	1.0281	3.078	0.3249
11	0.905	0.285	0.927	0.321	1.679	0.313	1.637	0.811	5.535	0.256	1.744	0.9754	1.0252	3.173	0.3152
12	0.866	0.266	0.886	0.354	1.646	0.346	1.610	0.922	5.594	0.283	1.717	0.9776	1.0229	3.258	0.3069
13	0.832	0.249	0.850	0.382	1.618	0.374	1.585	1.025	5.647	0.307	1.693	0.9794	1.0210	3.336	0.2998
14	0.802	0.235	0.817	0.406	1.594	0.399	1.563	1.118	5.696	0.328	1.672	0.9810	1.0194	3.407	0.2935
15	0.775	0.223	0.789	0.428	1.572	0.421	1.544	1.203	5.741	0.347	1.653	0.9823	1.0180	3.472	0.2880
16	0.750	0.212	0.763	0.448	1.552	0.440	1.526	1.282	5.782	0.363	1.637	0.9835	1.0168	3.532	0.2831
17	0.728	0.203	0.739	0.466	1.534	0.458	1.511	1.356	5.820	0.378	1.622	0.9845	1.0157	3.588	0.2787
18	0.707	0.194	0.718	0.482	1.518	0.475	1.496	1.424	5.856	0.391	1.608	0.9854	1.0148	3.640	0.2747
19	0.688	0.187	0.698	0.497	1.503	0.490	1.483	1.487	5.891	0.403	1.597	0.9862	1.0140	3.689	0.2711
20	0.671	0.180	0.680	0.510	1.490	0.504	1.470	1.549	5.921	0.415	1.585	0.9869	1.0133	3.735	0.2677
21	0.655	0.173	0.663	0.523	1.477	0.516	1.459	1.605	5.951	0.425	1.575	0.9876	1.0126	3.778	0.2647
22	0.640	0.167	0.647	0.534	1.466	0.528	1.448	1.659	5.979	0.434	1.566	0.9882	1.0119	3.819	0.2618
23	0.626	0.162	0.633	0.545	1.455	0.539	1.438	1.710	6.006	0.443	1.557	0.9887	1.0114	3.858	0.2592
24	0.612	0.157	0.619	0.555	1.443	0.549	1.429	1.759	6.031	0.451	1.548	0.9892	1.0109	3.895	0.2567
25	0.600	0.153	0.606	0.565	1.435	0.559	1.420	1.806	6.056	0.459	1.541	0.9896	1.0105	3.931	0.2544

資料來源：ASTM，Philadelphia, PA, USA

5.2 單值(X)控制圖

在某些過程控制情形下，取得合理的子組或者不可能或者不實際。由於測量單個觀測值所需要的時間太長或費用太大，所以不能考慮重複觀測。當測量很昂貴(例如破壞性試驗)或者當任一時刻的輸出都相對均勻時，即出現上述典型情形。其他還有一些情形只有一個可能的數值，例如儀表讀數或一批輸入原材料的性質，在這些情況下，需要基於單個讀數進行過程控制。

在單值控制圖情形下，由於沒有合理子組來提供批內變異的估計，故控制限就基於經常為兩個觀測值的移動極差所提供的變差來進行計算。移動極差就是在一個序列中相鄰兩個觀測值之間的絕對差，即第一個觀測值與第二個觀測值的絕對差，然後第二個觀測值與第三個觀測值的絕對差，如此等等。從移動極差可以計算出平均移動極差(\bar{R})，然後用於建立控制圖。同樣，從整個數據可算出總平均值(\bar{X})。表3 給出了單值控制圖的控制限公式。

對於單值控制圖應注意下列各點：

- a) 單值控制圖對過程變化的反應不如 \bar{X} 和R圖那麼靈敏。
- b) 若過程的分布不是正態的，則對於單值控制圖的解釋應特別慎重。

c) 單值控制圖并不辨析過程的件間重复性，故在一些應用中，采用子組大小較小(2至4)的 \bar{X} 与R控制圖可能會更好，即使要求子組之間有更長的時間。

表3 單值控制圖的控制限公式

統計量	標準值未給定		標準值給定	
	中心線	UCL与LCL	中心線	UCL与LCL
單值 X	\bar{X}	$\bar{X} \pm E_2 \bar{R}$	X_0 或 μ	$X_0 \pm 3\sigma_0$
移動極差 R	\bar{R}	$D_4 \bar{R}, D_3 \bar{R}$	R_0 或 $d_2\sigma_0$	$D_2\sigma_0, D_1\sigma_0$
注				
1 X_0, R_0, μ 和 σ_0 為給定的標準值				
2 \bar{R} 表示 $n=2$ 時觀測值的平均移動極差				
3 系數 d_2, D_1, D_2, D_3, D_4 及 $E_2(=3/d_2)$ 由表2中 $n=2$ 行查得				

5.3 中位數(Me)控制圖

對於具有計量數據的過程控制，中位數圖是另一種可以替代 \bar{X} 与R圖的控制圖，由中位數圖獲得的結論与 \bar{X} 圖与R圖相似且具有某些優點。它們易于使用，計算較少。這點可以增加現場操作人員對控制圖法的接受程度。由于對單個數據(象中位數一樣)進行了描點，中位數圖表明了過程輸出的离散程度，并給出過程變差的一種動態描述。

中位數圖的控制限可以用兩種方法進行計算：利用子組中位數的中位數和極差的中位數；或者利用子組中位數的平均值和極差的平均值。后一種方法更簡易方便，故本標準采用這種方法。

控制限的計算如下所述。

5.3.1 中位數圖

中心線 $=\bar{Me}$ =子組中位數的平均值

$$UCL_{Me} = \bar{Me} + A_4 \bar{R}$$

$$LCL_{Me} = \bar{Me} - A_4 \bar{R}$$

中位數圖的建立方法与5.1中的 \bar{X} 和R圖相同。

常數 A_4 的值見表4。

應該注意，具有 3σ 控制限的中位數控制圖對於失控狀況的反應比 \bar{X} 圖要慢。

表4 A_4 的值

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A_4	1.88	1.19	0.80	0.69	0.55	0.51	0.43	0.41	0.36

5.3.2 極差圖

中心線 $=\bar{R}$ =所有子組的R值的平均值

$$UCL_R = D_4 \bar{R}$$

$$LCL_R = D_3 \bar{R}$$

常數 D_3 和 D_4 的值見表2。

6 計量控制圖的控制程序与解釋

常規控制圖體系規定，若過程的產品件間變異和過程平均在當前水平(分別由 \bar{R} ， $\bar{\bar{X}}$ 估計得出)下保持不變，則單個的子組極差(R)以及平均值(\bar{X})將僅由偶然因素引起變化，极少超出控制限，換言之，除了可能會由于偶然原因發生而引起的變化外，數據將不呈現某種明顯的變化趨勢或模式。

\bar{X} 控制圖顯示過程平均的中心位置，並表明過程的穩定性。 \bar{X} 圖從平均值的角度揭示組間不希望出現的變差。R控制圖則揭示組內不希望出現的變差，它是所考察過程的變異大小的一種指示器，也是過程一致性或均勻性的一個度量。若組內變差基本不變，則R圖表明過程保持統計控制狀態，這種情況僅當所有子組受到相同處理時才會發生。若R圖表明過程不保持統計控制狀態，或R值增大，這表示可能不同的子組受到了不同的處理，或是若干個不同的系統因素正在對過程起作用。

R控制圖的失控狀態也會影響到 \bar{X} 圖。由于無論是對子組極差還是對子組平均的解釋能力都依賴于件間變異的估計，故應首先分析R圖。應遵守下列控制程序：

- 6.1 收集与分析數據，計算平均值与極差。
- 6.2 首先點繪R圖。与控制限進行對比，檢查數據點是否有失控點，或有無異常的模式或趨勢。對於極差數據中關於可查明原因的每一個征兆，分析過程的運行，以便找出原因，進行糾正，並防止它再次出現。
- 6.3 剔除所有受到某種已識別的、可查明原因影響的子組；然後重新計算並點繪新的平均極差(\bar{R})和控制限。當与新控制限進行比較時，要確認是否所有的點都顯示為統計控制狀態，如有必要，重復“識別—糾正—重新計算”程序。
- 6.4 若根據已識別的、可查明原因，從R圖中剔除了任何一個子組，則也應該將它從 \bar{X} 控制圖中除去。應利用修正過的R和 \bar{X} 值重新計算平均值的試用控制限 $\bar{X} \pm A_2\bar{R}$ 。

注2：排除顯示失控狀態的子組並不意味著“扔掉壞數據”。更確切地說，通過剔除受到已知可查明原因影響的點，可以更好地估計偶然原因所造成變差的背景水平。這樣做，同樣也為那些用來最有效地檢測出未來所發生變差的、可查明原因的控制限提供最适宜的基礎。

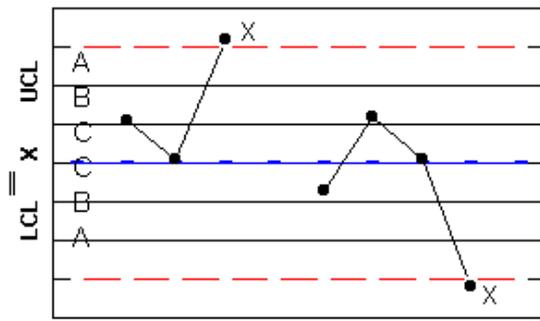
- 6.5 當極差控制圖表明過程處於統計控制狀態時，則認為過程的离散程度(組內變差)是穩定的，然後就可以對平均值進行分析，以確定過程的位置是否隨時間而變動。
- 6.6 點繪 \bar{X} 控制圖，与控制限比較，檢驗數據點是否有失控點，或有無異常的模式或趨勢。與R控制圖一樣，分析任何失控的狀況，然後採取糾正措施和預防措施。剔除任何已找到可查明原因的失控點；重新計算並點繪新的過程平均值(\bar{X})和控制限。當與新的控制限進行比較時，要確認所有數據點是否都顯示為統計控制狀態，如有必要，重復“識別—糾正—重新計算”的程序。
- 6.7 當用來建立控制限基準值的初始數據全部包含在試用控制限內時，則在未來時段內延長當前時段的控制限。這些控制限將用于當前過程的控制，責任人(操作者或監督者)將對 \bar{X} 或R圖中任何失控狀態的信號作出反應，並採取即時的行動。

7 變差的、可查明原因的模式檢驗

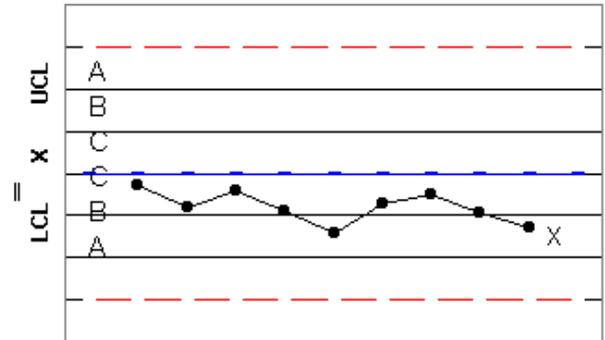
圖2給出了一組用于解釋常規控制圖的八個模式檢驗示意圖。這些檢驗的更為完整的討論參見參考文獻[5]和[6]。

雖然上述模式檢驗可以作為一組基本的檢驗，但是分析者還應留意任何可能表明過程受到特殊原因影響的獨特模式。因此，每當出現可查明原因的征兆時，這些檢驗就應該僅僅看作是採取行動的實用規則。這些檢驗中所規定的任何情形的發生都表明已出現變差的、可查明原因，必須加以診斷和糾正。

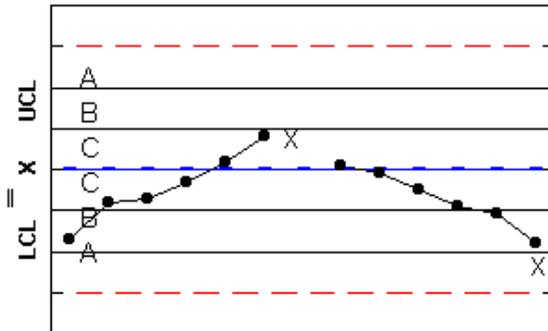
上下控制限分別位于中心線之上与之下的 3σ 距離處。為了應用上述檢驗，將控制圖等分為6個區，每個區寬 1σ 。這6個區的標號分別為A、B、C、C、B、A，兩個A區、B區及C區都關於中心線對稱。這些檢驗适用于 \bar{X} 圖和單值(X)圖。這裡假定質量特性 X 的觀測值服從正態分布。



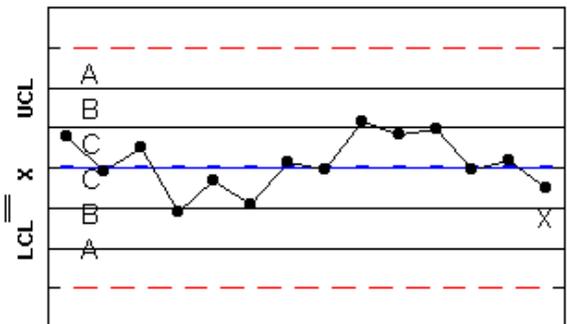
檢驗1: 1個點落在A區以外



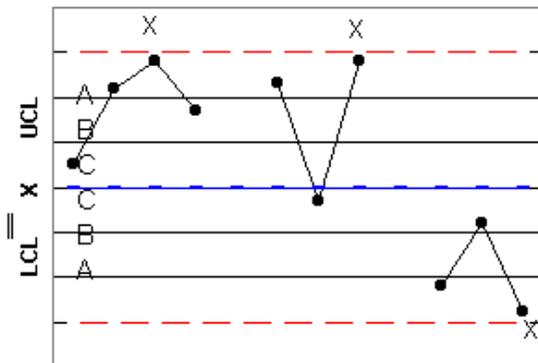
檢驗2: 連續9點落在中心線同一側



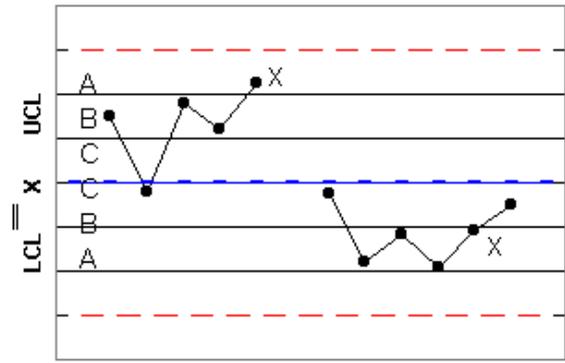
檢驗3: 連續6點連續遞增或遞減



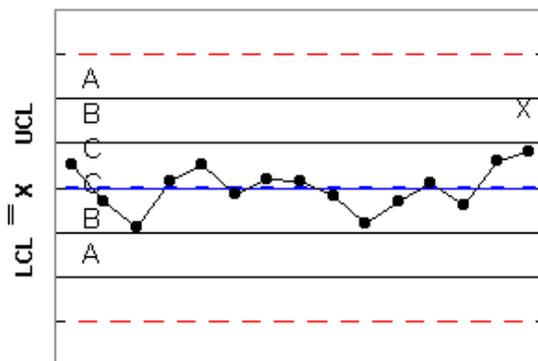
檢驗4: 連續14點中相鄰點交替上下



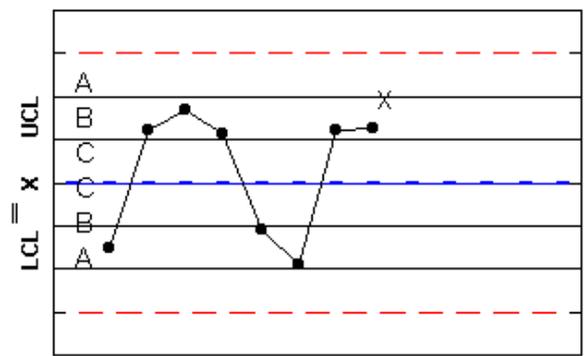
檢驗5: 連續3點中有2點落在中心線同一側的B區以外



檢驗6: 連續5點中有4點落在中心線同一側的C區以外



檢驗7: 連續15點落在中心線兩側的C區內



檢驗8: 連續8點落在中心線兩側且只有一在C區內

圖2 可查明原因的檢驗1]

8 過程控制与過程能力

過程控制系統的功能就是當變差異常的可查明原因出現時發出統計信號。通過持續的努力，系統地消除

引起變異常的可查明原因，最終使過程進入統計控制狀態。一旦過程在統計控制狀態下運行，過程的性能就可預測，並且過程滿足規範的能力就能夠加以評估。

過程能力決定於由一般原因引起的總變差，即消除所有可查明原因後所能達到的最小變差。過程能力反映了當過程處於統計控制狀態時所表現出來的過程自身的性能。既然如此，在評估過程能力之前，首先必須將過程調整到統計控制狀態。即，只有在 \bar{X} 和 R 圖都達到統計控制狀態後，才能開始評估過程能力；也就是說，這時特殊原因已經被識別、分析、糾正、防止再出現，並且當前的控制圖已經反映出過程處於統計控制狀態，最好通過至少25個以往子組來表明這一點。通常，將過程輸出的分布與工程規範進行比較，以確定過程是否能夠一致性地滿足這些規範。

過程能力通常是由過程能力指數PCI(或 C_p)來度量，其公式如下：

$$PCI = \frac{\text{規定的容差}}{\text{過程离散程度}} = \frac{UTL - LTL}{6\hat{\sigma}}$$

式 中：UTL---上容差限
LTL---下容差限
 $\hat{\sigma}$ ---通過平均組內變差來估計，由 \bar{sC}_4 或 $R\bar{d}_2$ 給出

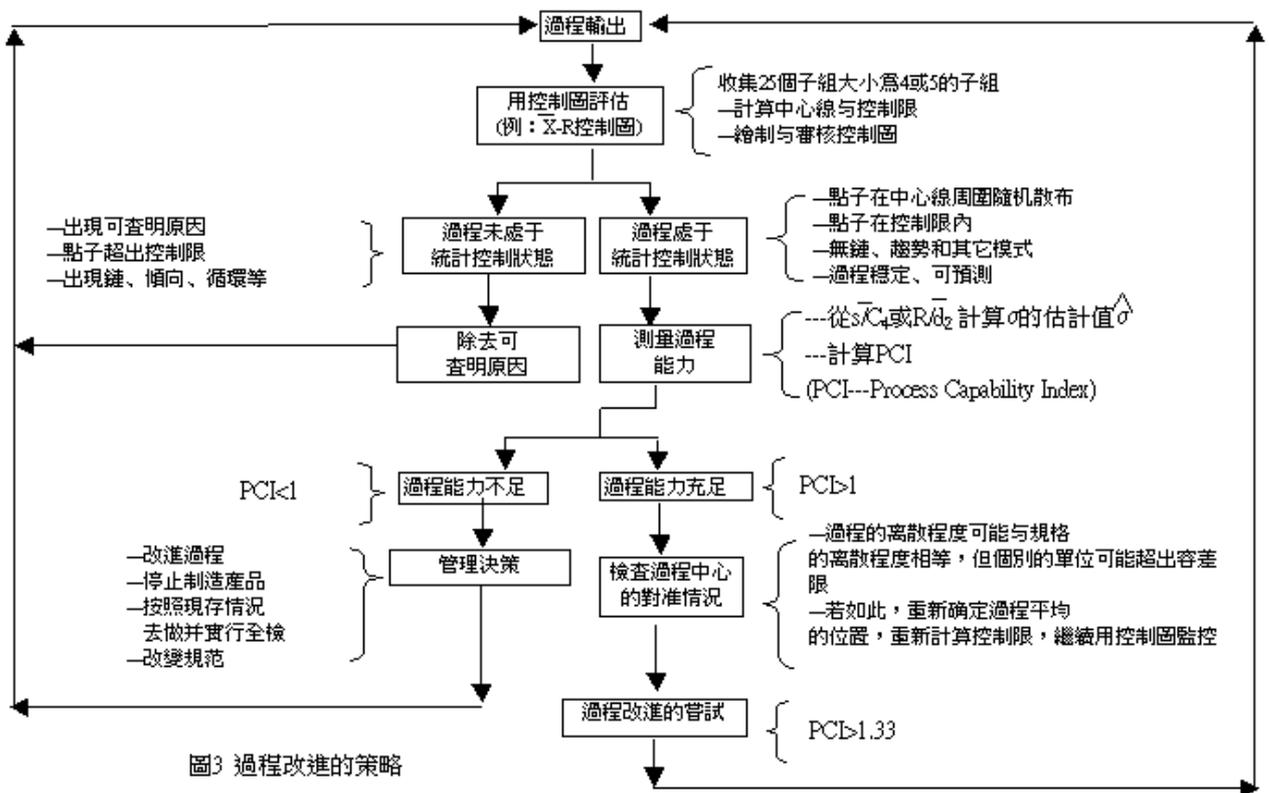
PCI值小於1表示過程不滿足規範要求，過程能力不足；PCI=1則意味著過程剛好滿足規範要求，過程能力剛剛夠。在實際工作中，通常取PCI=1.33為最小可接受值，因為總存在一些抽樣誤差，而且不可能存在永遠完全處於統計控制狀態的過程。

但是，必須注意，PCI僅度量了容差限與過程离散程度之間的關係；而未考慮過程的位置或集中中心的情況。即使PCI值很高，也可能有一定比率的數值超出規範限。為此，考慮過程平均值與最近的規定限之間的間距是很重要的。關於這個問題更深入的探討超出了本標準的範圍。

根據上述討論，圖3所示的程序可作為過程控制和改進的主要步驟的圖解指南。

9 計數控制圖

計數數據表示通過記錄所考察的子組中每個個體是否具有某種特性(或特征)，計算具有該特性的個體的數量，或記錄一個單位產品、一組產品，或一定面積內此種事件發生的次數所獲得的觀測值。通常，計數數據的獲得快速而經濟，並且常常不需要專門的收集技術，表5給出了計數控制圖的控制限公式。



在計量控制圖情形下、按通常慣例採用一對控制圖，其中一張用於控制平均值，另一張用於控制離散。上述作法是必要的，因為計量控制圖基於正態分布，而正態分布取決於上述兩個參數。在計數控制圖情形下則不同，所假定的分布只有一個獨立的參數，即平均值水平，故用一張控制圖就足夠了。P圖和np圖基於二項分布，而c圖和u圖則基於泊松分布。

表5 常規計數控制圖的控制限公式

統計量	標準值未給定		標準值給定	
	中心線	3σ 控制限	中心線	3σ 控制限
P	\bar{P}	$\bar{P} \pm 3\sqrt{\bar{P}(1-\bar{P})/n}$	P_0	$P_0 \pm 3\sqrt{P_0(1-P_0)/n}$
np	$n\bar{P}$	$n\bar{P} \pm 3\sqrt{n\bar{P}(1-\bar{P})}$	np_0	$np_0 \pm 3\sqrt{np_0(1-p_0)}$
c	\bar{c}	$\bar{c} \pm 3\sqrt{\bar{c}}$	c_0	$c_0 \pm 3\sqrt{c_0}$
u	\bar{u}	$\bar{u} \pm 3\sqrt{\bar{u}/n}$	u_0	$u_0 \pm 3\sqrt{u_0/n}$

注：P₀、np₀、c₀和u₀為給定的標準值。

這些控制圖的計算是類似的，但子組大小發生變化時情況將有所不同。當子組大小為常數，同一組控制限可用於每一個子組；當子組大小發生變化，則每一個子組都需要計算出各自的控制限。因此，np圖和c圖可用於子組大小為常數的情形，而p圖和u圖可用於上述兩種情形。

若子組大小隨子組不同而發生變化，則對於每個子組都要計算出各自單獨的控制限。子組大小越小，控制域就越寬；反之亦然。如果子組大小變化不大，則可採用單一的基於平均子組大小的一組控制限。實際中，當子組大小的變化在子組大小目標值的±25%以內時，可採用上述方法。

當子組大小變化較大時，可採用另一種利用標準化變量的方法。例如，不點繪P值，而改為點繪標準化值Z；根據P的標準值是否給定，有：

$$Z = \frac{P - P_0}{\sqrt{P_0(1 - P_0)/n}} \quad (P_0 \text{ 給定})$$

或

$$Z = \frac{P - \bar{P}}{\sqrt{\bar{P}(1 - \bar{P})/n}} \quad (P_0 \text{ 未給定})$$

這樣，中心線和控制限如下所示成為常數，而與子組大小無關：

中心線=0

UCL=3

LCL=-3

P圖用來確定在一段時間內所提交的平均不合格品百分數。該平均值的任何變化都會引起過程操作人員和管理者的注意。P圖判斷過程是否處於統計控制狀態的判斷方法與X和R控制圖相同。若所有子組點都落在試用控制限之內，並且也未呈現出可查明原因的任何跡象，則稱此過程處於統計控制狀態。在這種情形下，取平均不合格品率 \bar{P} 為不合格品率P的標準值，記為P₀。

10 開始建立控制圖之前的預備工作

10.1 質量特性的選擇

在選擇控制方案所需的質量特性時，通常應將影響生產或服務性能的特性作為首選對象。所選擇的質量

表6 (完)

子組號	子組平均值 (\bar{X})	子組極差 (R)
16	99.6	4.1
17	99.3	4.7
18	99.9	5.0
19	100.5	3.9
20	99.5	4.7
21	100.1	4.6
22	100.4	4.4
23	101.1	4.9
24	99.9	4.7
25	99.7	3.4

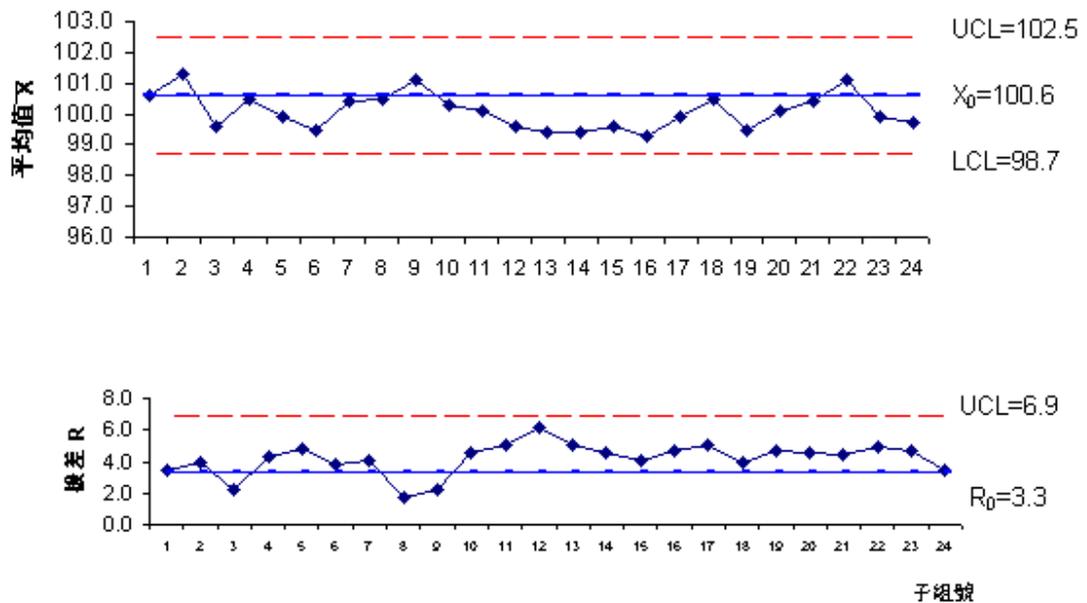


圖5 表6中數據的平均值與極差圖

12.2 \bar{X} 圖與R圖：標準值未給定的情形

表7中給出了某种插塞外徑的測量值。每隔半小時取4個觀測值，總共20個子組。表7給出了子組平均值和極差。規定的上容差限為0.219dm，下容差限為0.125dm。目標是評估過程性能，并控制過程位置和高散程度，從而使過程滿足规范要求。

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}}{k} = \frac{3.8475}{20} = 0.1924$$

采用說明：

1) ISO 8258:1991 國際標準中 \bar{X} 的計算中間過程

$\sum \bar{X}$ 有誤48年標準更正為

$\sum \bar{X} = 3.8475$

$$\bar{R} = \frac{\sum R}{k} = \frac{0.5734}{20} = 0.0287$$

第一步是繪制R圖并評估控制狀態。

R圖

中心線= $\bar{R}=0.0287$

$$UCL=D_4\bar{R}=2.282*0.0287=0.0655$$

$$LCL=D_3\bar{R}=0*0.0287(\text{由于}n<7, \text{故不標出LCL})$$

所乘系數 D_3 ， D_4 的值由表2中 $n=4$ 行中查得。由于表7中的R值都位于R圖的控制限內，故R圖顯示過程處于統計控制狀態。因此，R值現在可用來計算 \bar{X} 圖的控制限。

\bar{X} 圖

中心線= $\bar{X}=0.1924$

$$UCL=\bar{X}+A_2\bar{R}=0.1924+(0.729*0.0287)=0.2133$$

$$LCL=\bar{X}-A_2\bar{R}=0.1924-(0.729*0.0287)=0.1715$$

系數 A_2 的值由表2中 $n=4$ 行查得。 \bar{X} 圖和R圖繪制于圖6中。檢查 \bar{X} 圖，發現最后3點失控。這表明變差的某些可查明原因可能在起作用。如果控制限是根据前面的數據來計算的，則從第18點起就需要採取行動。

在該點，採取適當的補救措施以消除可查明原因并防止其再次出現。通過剔除失控點，也就是子組號為18，19，20點的值，建立修正控制限，繼續實行控制圖方法。 \bar{X} 、R的值和控制圖線按以下公式進行重算：

$$\text{修正后的 } \bar{X} = \frac{\sum \bar{X}}{k} = \frac{3.3449}{17} = 0.1968^1$$

$$\text{修正后的 } \bar{R} = \frac{\sum R}{k} = \frac{0.5272}{17} = 0.0310$$

修正后的 \bar{X} 圖

中心線= $\bar{X}=0.1968$

$$UCL=\bar{X}+A_2\bar{R}=0.1968+(0.729*0.0310)=0.2194$$

$$LCL=\bar{X}-A_2\bar{R}=0.1968-(0.729*0.0310)=0.1742$$

修正后的R圖

中心線= $\bar{R}=0.0310$

$$UCL=D_4\bar{R}=2.282*0.0310=0.0707$$

$$LCL=D_3\bar{R}=0*0.0310(\text{由于}n<7, \text{故不標出LCL})$$

修正后的控制圖如圖7所示。

采用說明：

1] ISO8258:1991 國際標準中修正后的 \bar{X} 的計算中間過程 $\sum \bar{X} = 3.3454$ 有誤，本標準更正為 $\sum \bar{X} = 3.3449$

表7 插塞外徑的生產數據¹⁾

子組號	直徑				平均值 \bar{X}	極差 R
	X_1	X_2	X_3	X_4		
1	0.1898	0.1729	0.2067	0.1898	0.1898	0.0338
2	0.2012	0.1913	0.1878	0.1921	0.1931	0.0134
3	0.2217	0.2192	0.2078	0.1980	0.2117	0.0237
4	0.1832	0.1812	0.1963	0.1800	0.1852	0.0163
5	0.1692	0.2263	0.2066	0.2091	0.2028	0.0571
6	0.1621	0.1832	0.1914	0.1783	0.1788	0.0293
7	0.2001	0.1927	0.2169	0.2082	0.2045	0.0242
8	0.2401	0.1825	0.1910	0.2264	0.2100	0.0576
9	0.1996	0.1980	0.2076	0.2023	0.2019	0.0096
10	0.1783	0.1715	0.1829	0.1961	0.1822	0.0246
11	0.2166	0.1748	0.1960	0.1923	0.1949	0.0418
12	0.1924	0.1984	0.2377	0.2003	0.2072	0.0453
13	0.1768	0.1986	0.2241	0.2022	0.2004	0.0473
14	0.1923	0.1876	0.1903	0.1986	0.1922	0.0110
15	0.1924	0.1996	0.2120	0.2160	0.2050	0.0236
16	0.1720	0.1940	0.2116	0.2320	0.2024	0.0600
17	0.1824	0.1790	0.1876	0.1821	0.1828	0.0086
18	0.1812	0.1585	0.1699	0.1680	0.1694	0.0227
19	0.1700	0.1567	0.1694	0.1702	0.1666	0.0135
20	0.1698	0.1664	0.1700	0.1600	0.1666	0.0100

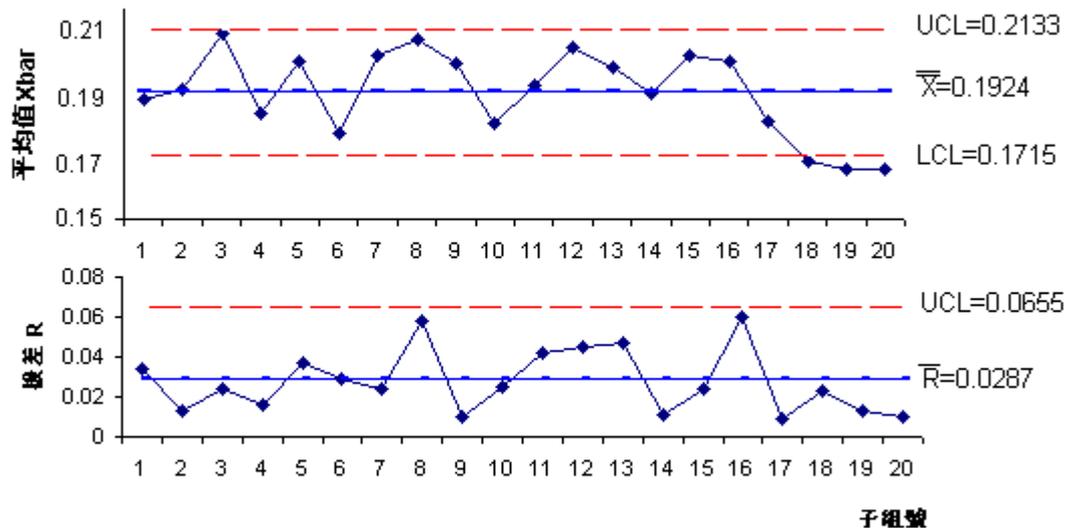


圖6 表7中數據的平均值與極差圖

採用說明：

1) ISO8258:1991國際標準表7中均值 \bar{X} 列第5行0.2033與第16行0.2049數據計算有錯誤，本標準分別更正為0.2028和0.2024

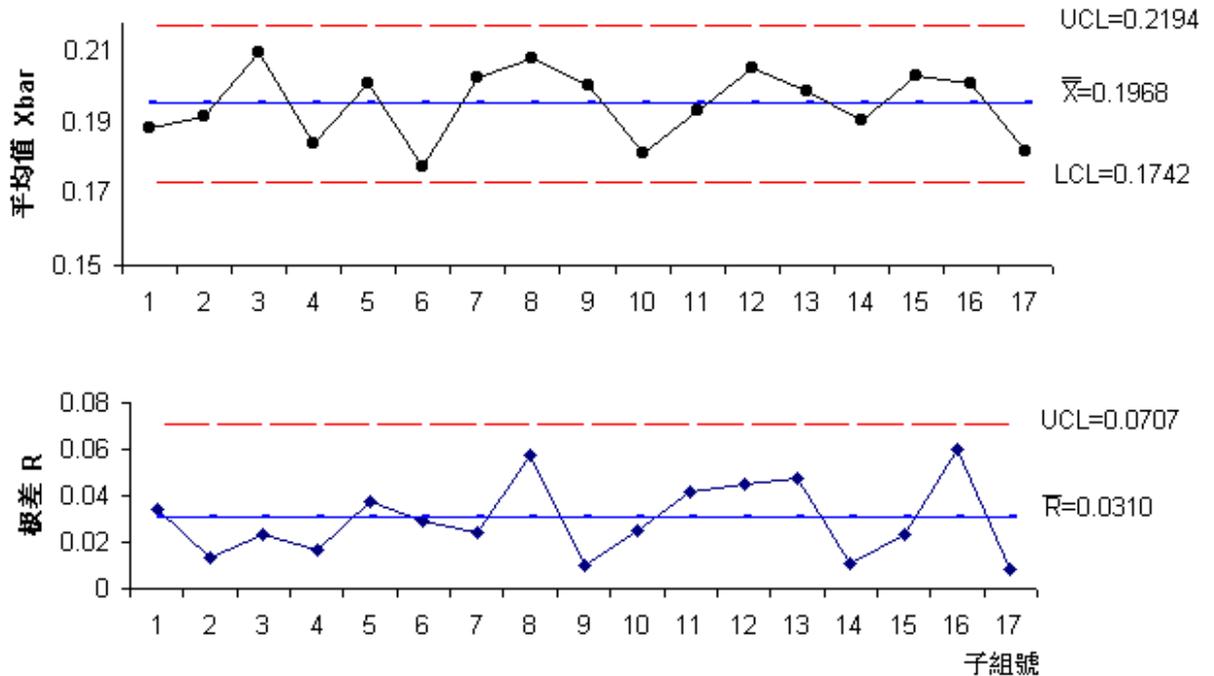


圖7 表7中數據的修正后的平均值与极差圖

由于過程相對於修正后的控制限呈現出統計控制狀態，于是就可以對過程能力進行評估。

計算

$$PCI = \frac{\text{規定容差}}{\text{過程离散程度}} = \frac{UTL-LTL}{6\hat{\sigma}}$$

式中， $\hat{\sigma}$ 由 $R/d_2=0.0310/2.059=0.0151$ 估計。

常數 d_2 的值由表2中 $n=4$ 行查得。

于是

$$PCI = \frac{0.2190-0.1250}{6*0.0151} = \frac{0.0940}{0.0906} = 1.0375^{[1]}$$

由于PCI大于1，故過程能力可認為是足夠的，但經嚴密檢查就能看出，就規範而論，過程中心的位置并不合适，大約有11.8%的單個值超出上容差限。所以，在固定的控制圖參數建立之前，應採取行動調整過程的中心位置，從而使過程保持為統計控制狀態。

12.3 單值(X)与移動极差(R)控制圖：標準值未給定的情形

表8給出了連續10批脫脂奶粉的樣本“水分含量百分比”的實驗室分析結果。將一個樣本的奶粉作為一批的代表，在實驗室情況下對其成分特性進行分析測試。如脂肪、水分、酸度、溶解指數、沉積物、細菌、以及

采用說明：

1] ISO8258：1991國際標準PCI計算的中間過程 $6*0.0151=0.0910$ 和計算結果 $PCI=1.0330$ 有計算錯誤，本標準分別更正為0.0906和1.0375。

乳清蛋白。希望將該過程的產品水分含量控制在4%以下。由于發現單批內的抽樣變差可以忽略，因此決定對每批只抽取一個觀測值，并以連續各批的移動極差作為設置控制限的基礎。

$$\bar{X} = \frac{2.9+3.2+\dots+3.5}{10} = \frac{34.5}{10} = 3.45\%$$

$$\bar{R} = \frac{0.3+0.4+\dots+0.1}{9} = \frac{3.4}{9} = 0.38\%$$

移動極差(R)控制圖

$$\text{中心線} = \bar{R} = 0.38$$

$$UCL = D_4 \bar{R} = 3.267 * 0.38 = 1.24$$

$$LCL = D_3 \bar{R} = 0 * 0.38 \text{ (因為 } n < 7 \text{，故不標出LCL)}$$

系數 D_3 和 D_4 的值由表2中按 $n=2$ 行查得，由于該移動極差圖已呈現出統計控制狀態，于是可進行單值控制圖的繪制。

單值(X)控制圖

$$\text{中心線} = \bar{X} = 3.45$$

$$UCL = \bar{X} + E_2 \bar{R} = 3.45 + (2.66 * 0.38) = 4.46$$

$$LCL = \bar{X} - E_2 \bar{R} = 3.45 - (2.66 * 0.38) = 2.44$$

控制限公式和系數 E_2 的值分別由表3和表2給出。控制圖繪制于圖8中。該控制圖表明過程處于統計控制狀態。

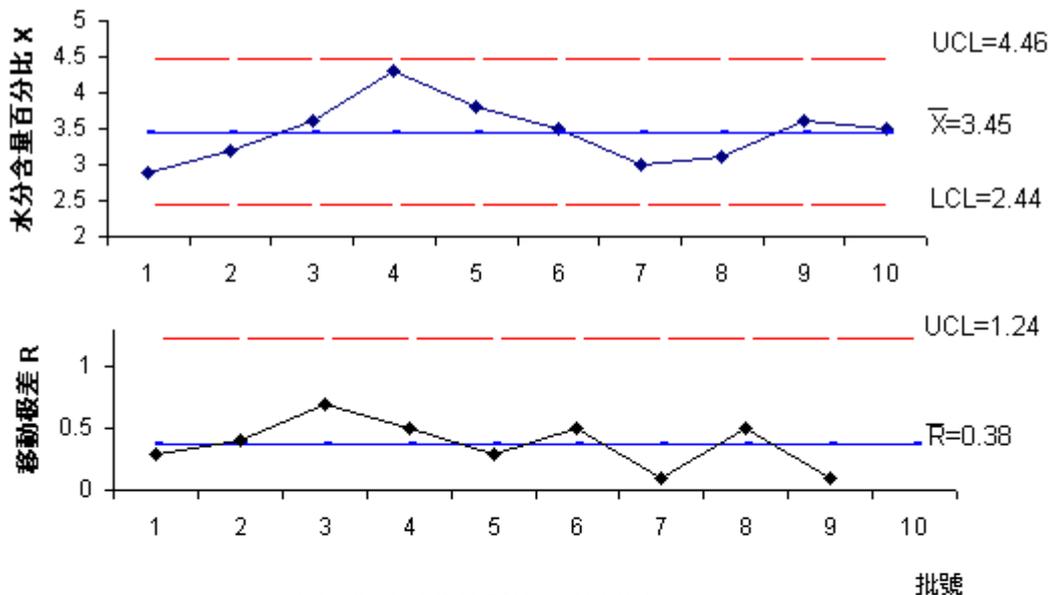


圖8 表8中數據的單值(X)控制圖

表8 連續10個脫脂奶粉樣本的水分含量百分比

批號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X: %水分含量	2.9	3.2	3.6	4.3	3.8	3.5	3.0	3.1	3.6	3.5
R: 移動極差		0.3	0.4	0.7	0.5	0.3	0.5	0.1	0.5	0.1

12.4 中位數圖：標準值未給定的情形

某機器生產電子盤片，規定的厚度為0.007~0.016cm。每隔半小時取樣本量為5的樣本，記錄其中心厚度

(cm)，如表9所示。擬建立一個中位數圖以達到控制質量的目的。中位數值和極差值也一并在表9中給出。

子組的中位數平均值和極差平均值計算如下：

\bar{Me} = 子組中位數的平均值

$$= \frac{12+10+12+\dots+11}{15} = \frac{172}{15} = 11.47$$

\bar{R} = 平均極差

$$= \frac{6+5+7+\dots+7}{15} = \frac{86}{15} = 5.73$$

極差圖計算如下：

R圖

中心線 = $\bar{R} = 5.73$

$UCL = D_4 \bar{R} = 2.114 * 5.73 = 12.11$

$LCL = D_3 \bar{R} = 0 * 5.73$ (由于n小于7，故不標出LCL)

系數 D_3 和 D_4 的值可由表2中n=5查得。由于該極差圖已呈現出統計控制狀態，于是能按此求出中位數控制圖的控制線。

中位數控制圖

中心線 = $\bar{Me} = 11.47$

$UCL_{Me} = \bar{Me} + A_4 \bar{R} = 11.47 + (0.69 * 5.73) = 15.42$

$LCL_{Me} = \bar{Me} - A_4 \bar{R} = 11.47 - (0.69 * 5.73) = 7.52$

系數 A_4 的值由表4中n=5行查得，中位數圖如圖9所示；從圖中顯然可見，該過程呈現了統計控制狀態。

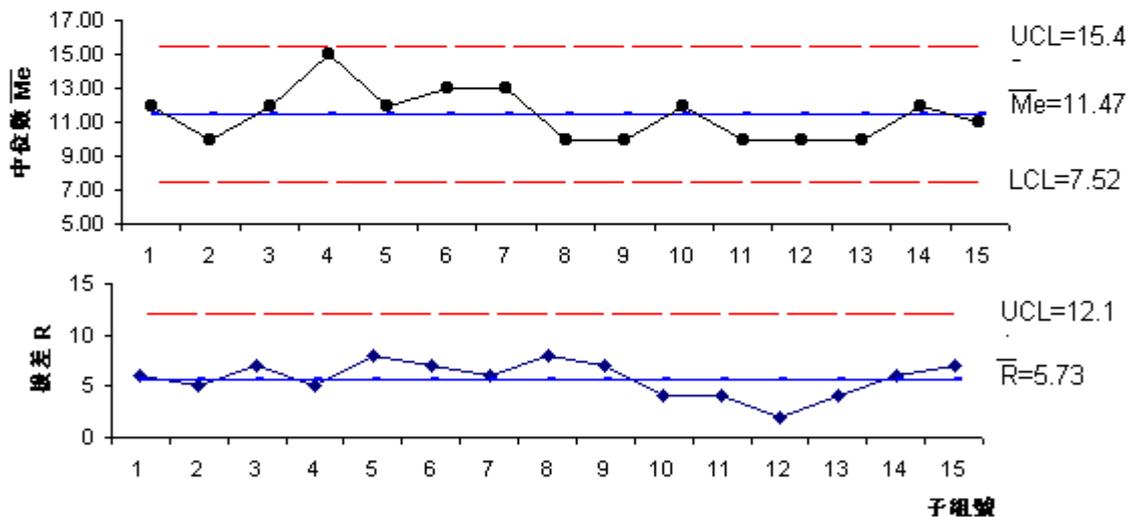


圖9 表9中數據的中位數圖與極差圖

表9 云母盤片厚度的控制數據

單位：0.001cm

子組號	厚度					中位數 Me	極差 R
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5		
1	14	8	12	12	8	12	6
2	11	10	13	8	10	10	5
3	11	12	16	14	9	12	7
4	16	12	17	15	13	15	5
5	15	12	14	10	7	12	8
6	13	8	15	15	8	13	7
7	14	12	13	10	16	13	6
8	11	10	8	16	10	10	8
9	14	10	12	9	7	10	7
10	12	10	12	14	10	12	4

表9 (完) 單位：0.001cm

子組號	厚度					中位數 Me	極差 R
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅		
11	10	12	8	10	12	10	4
12	10	10	8	8	10	10	2
13	8	12	10	8	10	10	4
14	13	8	11	14	12	12	6
15	7	8	14	13	11	11	7

13 計數控制圖示例

13.1 p圖和np圖：標準值未給定的情形

表10的數據給出了對小型開關使用自動檢測裝置進行全檢所發現的關於開關失效的每小時不合格品數。小型開關由一自動裝配線生產。由於開關失效是嚴重質量問題，故不合格品百分數用來識別裝配線在何時失控。收集25組數據作為預備數據(見表10)，繪制p圖。

p圖的中心線和控制限計算如下，並繪制于圖10中。

p圖

中心線= \bar{p}

$$= \frac{8+14+\dots+14}{4000 \times 25} = \frac{269}{100000} = 0.0027 = 0.27\%$$

$$UCL = \bar{p} + 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$$

$$= 0.0027 + 3\sqrt{\frac{0.0027(1-0.0027)}{4000}} = 0.0052 = 0.52\%$$

$$LCL = \bar{p} - 3\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})/n}$$

$$= 0.0027 - 3\sqrt{\frac{0.0027(1-0.0027)}{4000}} = 0.0002 = 0.02\%$$

控制圖表明，儘管每小時不合格品百分數比較大，開關的質量仍處於統計控制狀態。於是這些控制限可用于未來子組直至過程發生變化或失控。注意，由於過程處於統計控制狀態，不改變過程而作出任何改進是不可能的。僅僅告訴工人“更注意點”是不夠的。

如果對過程作了改進，則對未來子組必須重新計算出不同的控制限以反映改變後的過程性能。若過程已得到改進(p值更低)，則使用新的控制限；但若是過程變壞了(p值更高)，就應查找另外的可查明原因。

注意，np圖同樣也適用於這些數據，因為所有的樣本大小相等。np圖的計算如下，控制圖見圖11。

np圖

中心線= $n\bar{p}$

$$= \frac{8+14+\dots+14}{25} = 10.76$$

$$UCL = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

$$= 10.76 + 3\sqrt{10.76(1-0.0027)} = 20.59$$

$$LCL = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

$$= 10.76 - 3\sqrt{10.76(1-0.0027)} = 0.93$$

13.2 p圖：標準值未給定的情形

在一個生產收音機晶体管的制造公司，決定建立不合格品率p圖。已經收集和分析了1個月的數據。每天生產結束後，在當天的產品中隨機抽取一個樣本，并檢查其不合格品數。數據如表11所示。

表11給出了每個子組的不合格品率。月平均不合格品率計算如下：

$$\bar{p} = \text{不合格品總數} / \text{被檢產品總數} = 233 / 3893 = 0.060$$

由于子組大小各不相同，故對每個子組根據下式分別計算其UCL和LCL：

$$\bar{p} \pm 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}$$

式中：n為子組大小。

表11也給出了這些數值。可以看出，為每個子組標繪其UCL和LCL值是相當耗時的工作。但是，從表11中能觀察到，子組號17和26的不合格品率已超出了相應的上控制限。將這兩個子組從數據中剔除，因為數據表明這兩個子組已受到了與其他子組不同的變差原因的影響。若在計算中將該數據包含在內的話，會導致夸大過程平均水平和控制限，從而使得控制限不能正確地反映真實的隨機變差。應及時查找導致這兩組數據值偏大的原因，以便採取糾正措施防止其再次發生。根據保留下來的24個子組值計算出修正后的平均不合格品率：

$$\bar{p} = 195 / 3596 = 0.054$$

利用修正后的p值，計算每個子組的修正后的UCL和LCL值，于是可以發現，所有的不合格品率都位于其相應的控制限以內。因此，修正后的p值就可作為建立控制圖的標準不合格品率。即 $p_0=0.054$ 。

正如上面所提及的，對子組大小各异的每個子組標繪其上控制限的是費時而枯燥的過程。但是，由于各子組大小對平均子組大小的偏差并非很大，而平均子組大小為150，所以可以用子組大小 $n=150$ 作為平均子組大小，來標繪修正后的p圖(用 $p_0=0.054$)的上控制限。

于是，修正后的p圖控制線計算如下：

修正后的p圖

中心線= $p_0=0.054$

$$UCL = p_0 + 3\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} = 0.054 + 3\sqrt{\frac{0.054 \times 0.946}{150}} = 0.109$$

$$LCL = p_0 - 3\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} = 0.054 - 3\sqrt{\frac{0.054 \times 0.946}{150}}$$

(由于下控制限不可能為負數，故不標出下控制限)

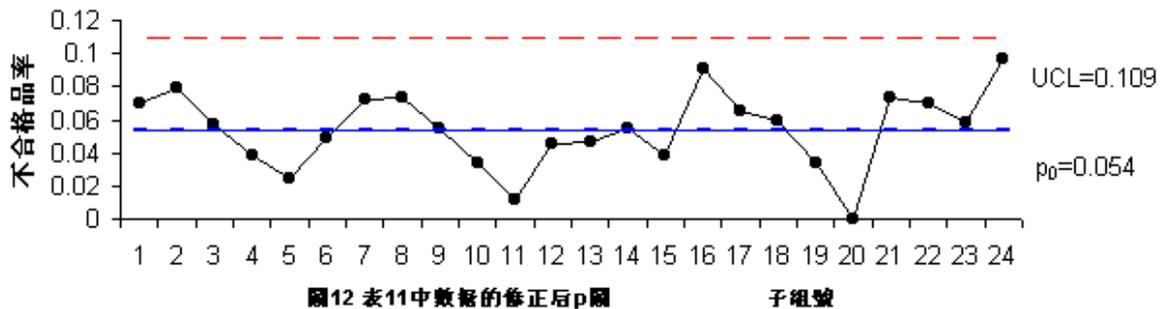
修正后的p圖繪制于圖12中。該圖表明，過程處于統計控制狀態。

表11 收音機晶体管的p圖(初始數據)

子組號	檢查數	不合格品數 np	不合格品率 p	UCL	LCL
1	158	11	0.070	0.117	0.003
2	140	11	0.079	0.120	0.000
3	140	8	0.057	0.120	0.000
4 ^(註)	155	6	0.039	0.117	0.003
5	160	4	0.025	0.116	0.004

表11 收音机晶体管的p图(初始数据)

子組號	檢查數	不合格品數	不合格品率	UCL	LCL
		np	p		
6	144	7	0.049	0.119	0.001
7	139	10	0.072	0.120	0.000
8	151	11	0.073	0.118	0.002
9	163	9	0.055	0.116	0.004
10	148	5	0.034	0.119	0.001
11	150	2	0.013	0.118	0.002
12	153	7	0.046	0.118	0.002
13	149	7	0.047	0.118	0.002
14	145	8	0.055	0.119	0.001
15	160	6	0.038	0.116	0.004
16	165	15	0.091	0.115	0.005
17	136	18	0.132	0.121	0.000
18	153	10	0.065	0.118	0.002
19	150	9	0.060	0.118	0.002
20	148	5	0.034	0.119	0.001
21	135	0	0.000	0.121	0.000
22	165	12	0.073	0.115	0.005
23	143	10	0.070	0.120	0.000
24	138	8	0.058	0.121	0.000
25	144	14	0.097	0.119	0.001
26	161	20	0.124	0.116	0.004
總計	3893	233			



13.3 c图：标准值未给定的情形

一录像带制造商希望控制录像带中的不合格疵点数。录像带按4000m的长度生产，连续对来自某个过程的

20卷錄像帶(每卷長350m)進行表面檢查，得出不合格疵點數的數據。對此生產過程的一個終端進行了研究。

為了控制該生產過程，打算用c圖點繪不合格疵點數。表12給出20卷錄像帶的有關數據，作為建立c圖的預備數據。

下面計算中心線和控制限，並將結果標繪于圖13中。

c圖

$$CL = \bar{c} = \frac{7+1+\dots+6}{20} = \frac{68}{20} = 3.4$$

$$UCL = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} = 3.4 + 3\sqrt{3.4} = 8.9$$

$$LCL = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} = 3.4 - 3\sqrt{3.4}$$

(由于下控制限不可能為負值，故不標出下控制限)

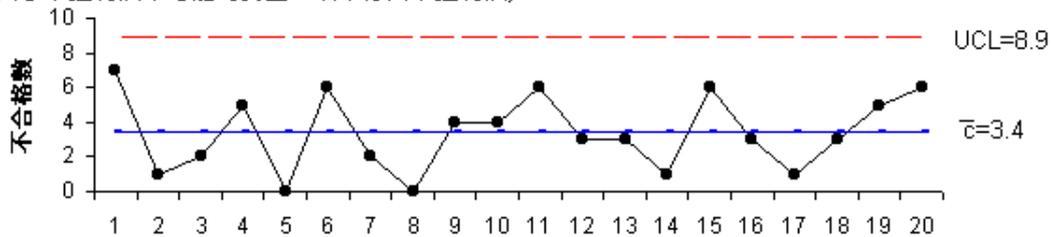


圖13 表12中數據的c圖

表12錄像帶的預備數據[1]

盤號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	TTL
不合格疵點數	7	1	2	5	0	6	2	0	4	4	6	3	3	1	6	3	1	3	5	6	68

13.4 單位產品不合格數圖：u圖

在某輪胎生產廠，每半小時抽檢15個輪胎，記錄下總不合格數和單位產品不合格數。決定建立u圖(單位產品不合格數圖)來研究過程的控制狀態。表13給出了有關數據。

根據表13，按以下方式計算u值的平均值。

用總不合格數(表13中c值行)除以被檢產品總數(如14*15)

$$\bar{u} = \frac{\sum c}{\sum n} = \frac{55}{14 \times 15} = 0.26$$

u圖

$$CL = \bar{u} = 0.26$$

$$UCL = \bar{u} + 3\sqrt{\bar{u}/n} = 0.26 + 3\sqrt{\frac{0.26}{15}} = 0.65$$

$$LCL = \bar{u} - 3\sqrt{\bar{u}/n} = 0.26 - 3\sqrt{\frac{0.26}{15}} \quad (\text{由于下控制限不可能為負數，故不標出下控制限})$$

采用說明：

1] ISO8258:1991 國際標準中，表12的部分數據与圖13中的描點位置不一致，本標準對表12的部分數據作了調整，使圖和表取得了一致。

圖14中標繪出了數據點和控制線。

此控制圖表明處於統計控制狀態。

注意，由於每個子組大小為常數，故這裡也可採用c圖代替u圖。

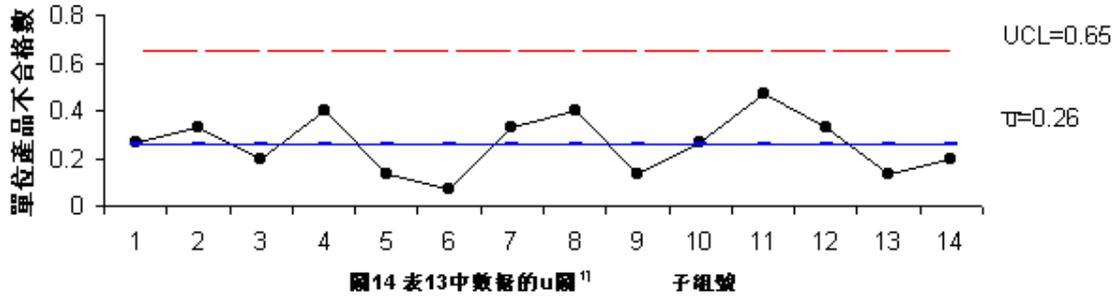


表13 輪胎廠的單位產品不合格數(每個子組檢查的單位產品數n=15)

子組號	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	TTL
c: 不合格數	4	5	3	6	2	1	5	6	2	4	7	5	2	3	55
u: 單位產品不合格數	0.27	0.33	0.20	0.40	0.13	0.07	0.33	0.40	0.13	0.27	0.47	0.33	0.13	0.20	

附錄 A
(提示的附錄)
參考文獻

- [1] GB/T 17989-2000控制圖 通則和導引(idt ISO7870:1993)
- [2] ISO 7873:1993 Control charts for arithmetic average with warning limits(帶警戒限的均值控制圖)(我國對應的國家標準是：GB/T4886-1985 帶警戒限的均值控制圖)
- [3] ISO7966：1993 Acceptance control chart(驗收控制圖)
- [4] SHEWHART，W.A.，Economic Control of Quality of Manufactured product(加工產品質量的經濟控制)，D. Van Nostrand Co.Inc.,New York,1931,501pp.
- [5] NELSON,L.S.,The Shewart Control Chart--Tests for Spesial Causes(休哈特控制圖--特殊原因的檢驗).Journal of Quality Technology,16,No.4,October 1984,PP.237-239。
- [6] NELSON，L.S.,The Shewart X Control Chart(休哈特X控制圖)。Journal of Quality Technology, 17,No.2,April 1985,pp.114-116

採用說明：

1] ISO8258:1991 國際標準中，圖14的子組號14描點位置有誤，本標準已更正。